ثالثة عملي

تحويل z

- يستخدم تحويل z للانتقال من المجال الزمني إلى المجال الترددي للإشارة الرقمية، أي يستخدم لتوصيف الأنظمة الرقمية.

X (n) ⟶ | نظام رقمي h(n) | ⟶ Y (n)

X(z) H(z) Y(z)

- يساعد تحويل z على دراسة تابع الانتقال من خلال حل معادلة الفروق.

- تابع الانتقال يحدد علاقة الخرج بالدخل:

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)}$$

- تحويل z ثنائي الجانب:

$$X(Z) = Z\{X(n)\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(n)\, Z^{-n}$$

$Z = e^{jwt}$؛

- أما في معالجة الإشارة فإننا نتعامل مع إشارات سلبية أي موجودة فقط عندما n>=0

أي X (n): n>=0

تحويل z أحادي الجانب:

$$X(Z) = Z\{X(n)\} = \sum_{n=0}^{\infty} X(n)\, Z^{-n}$$

n: رقم العينة.

T: دور التقطيع (دور أخذ العينات).

مثال:

$$X(n) = \{\overset{x_0}{1} \quad \overset{x_1}{1} \quad \overset{x_2}{0} \quad \overset{x_3}{0}\}$$

$$Y(n) = \{\overset{y_0}{1} \quad \overset{y_1}{0} \quad \overset{y_2}{0} \quad \overset{y_3}{0}\}$$

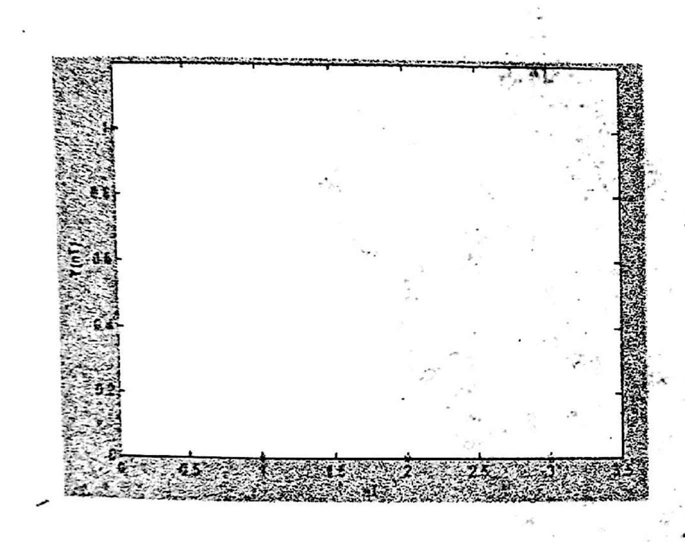
المطلوب:

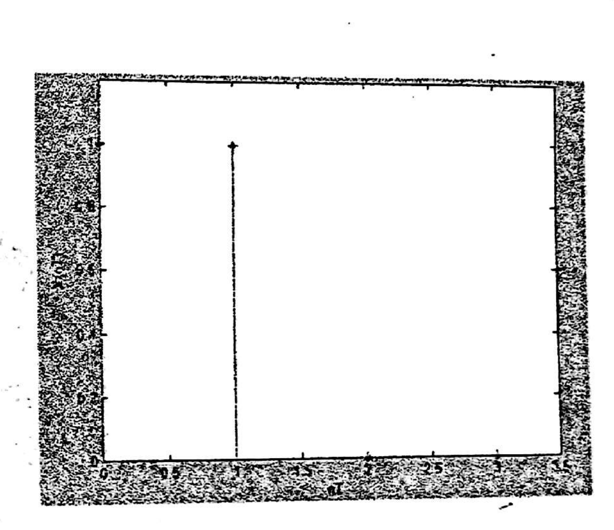
1-رسم العينات للدخل والخرج.

2-تحويل z للدخل والخرج.

الحل:

-1





-2

$$X(Z) = \sum_{n=0}^{\infty} X(n)\, Z^{-n}$$

$$X(Z) = 1\,.Z^{-0} + 1\,.Z^{-1} + 0\,.Z^{-2} + 0\,.Z^{-3}$$

$$X(Z) = 1 + Z^{-1}$$

$$Y(Z) = 1\,.Z^{-0} + 0 + 0 + 0 = 1$$

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1}{1 + Z^{-1}}$$

ويمكن الحصول على المطالية والطورية من خلال تعويض $Z = e^{jwt}$.

*-القوانين الأساسية لتحويل z:

	X(n)	X(z)
1	б(n)	1
2	a.u(n)	$\frac{a.z}{(z-1)}$
3	n.u(n)	$\frac{z}{(z-1)^2}$
4	n^2.u(n)	$\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
5	a^n.u(n)	$\frac{z}{(z-a)}$
6	e^{-na}.u(n)	$\frac{z}{(z-e^{-a})}$
7	n.a^n.u(n)	$\frac{a.z}{(z-a)^2}$
8	X(n-M)	z^{-M}X(z)

-*تحويل z العكسي:

للانتقال من المجال الترددي إلى المجال الزمني.

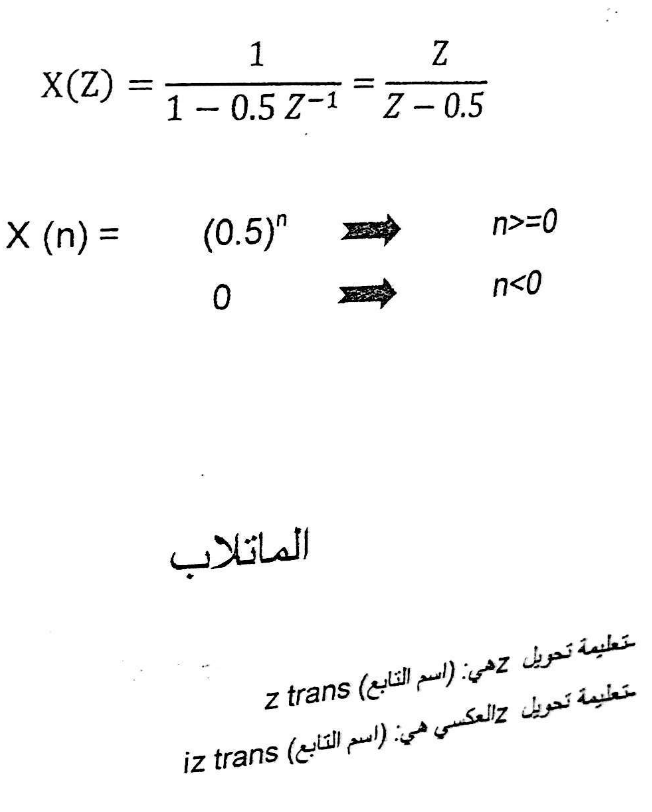
$$X(n) = Z^{-1}\{ X(Z) \}$$

أمثلة:

1- $X(z) = 2 + \frac{4z}{z-1} + \frac{z}{z-0.5}$

$X(n) = 2б(n) + 4.u(n) + (0.5)^n.u(n)$

2-



$$X(Z) = \frac{1}{1 - 0.5\,Z^{-1}} = \frac{Z}{Z - 0.5}$$

$$X(n) = \begin{cases} (0.5)^n & \Rightarrow n >= 0 \\ 0 & \Rightarrow n < 0 \end{cases}$$

الماتلاب

تعليمة تحويل zهي: (اسم التابع) z trans

تعليمة تحويل zالعكسي هي: (اسم التابع) iz trans

3-

ملاحظة:

أي تابع نقل (كسر) يمكن أن يعبر عنه بالشكل:

$$H(Z) = \frac{k(Z - Z_1)(Z - Z_2)}{(Z - \rho_1)(Z - \rho_2)}$$

أصفار	Zeros	Z_1	Z_2
أقطاب	Poles	P_1	P_2
الربح	Gain	k	

مثال:

$$H = \frac{7.5(Z - 1)(Z + 2)}{(Z + 3)(Z + 4)(Z + 5)}$$

Z= { 1 -2 }

P= { -3 -4 -5 }

K= 7.5

الماتلاب

الماتلاب Ztrans :

مثال 1 :

أوجد تحويل (Z) للتوابع التالية:

$$f = a^n$$

الحل:

```
Syms    a    n
f = a^n;
f = Ztrans (f)
```

أمثلة أخرى:

$$f = \sin(an) \;,\; f = n^4 \;,\; f = (1)^n$$

مثال 2 :

أوجد تحويل Z العكسي:

$$f(Z) = \frac{2}{Z-1}$$

```
Syms   Z
f = Z/ (Z − 1) ;
f = iZtrans(f);
```

أمثلة:

$$f = 1^z \;, \quad f = \frac{Z+3}{(Z-1)(Z-2)}$$

قاعدة أولى:

طريقة إدخال تابع النقل:

$$H(Z) = \frac{bz^2 + 5z + b}{5z^4 + 6z^3 + 7z^2 + 8z + 100}$$

Num = {10 5 6 };

Den = {5 6 7 8 100};

H= +F (Num , Den , 0.001)

تطبيق (2):

حساب الأقطاب والجذور والربح في تابع النقل.

$$[Z\ \ P\ \ K] = +f\ 2\, z\, p\, k(num, Den)$$

فنحصل على: ....Z=.... P=.... K=

ثم نطيق التعليمة Zplane(z,p) لرسم الأقطاب والاصفار بالنسبة للدائرة الواحدية وذلك لمعرفة استقرار النظام.

مثال:

$$H(Z) = \frac{10Z^2 + 5Z + b}{5Z^4 + 6Z^3 + 7Z^2 + 8Z + 100}$$

Num=[10 5 6];

Den=[5 6 7 8 100];

$$H = +f\ 2\ Z\ P\ K(num, Den);$$

التطبيق(3):

إدخال تابع النقل من خلال إدخال الأقطاب والاصفار والربح:

مثال:

$$D = \frac{7.5(Z-1)(Z+2)}{(Z+3)(Z+4)(Z+5)}$$

Z=[1 -2]

P=[-3 -4 -5]

K=7.5 ;

$$D = Z\,P\,K(Z, P, K, 0.001)$$

التطبيق (4):

إيجاد معاملات البسط والمقام لتابع النقل من خلال إدخال الاصفار و الأقطاب والربح.

مثال:

$$H = \frac{7.5(Z-1)(Z+2)}{(Z+3)(Z+4)(Z+5)}$$

Z=[1 -2]

P[-3 -4 -5]

K=7.5;

$$[a \quad b] = Zb2 + f\,(Z, P, K)$$

رابعة علي

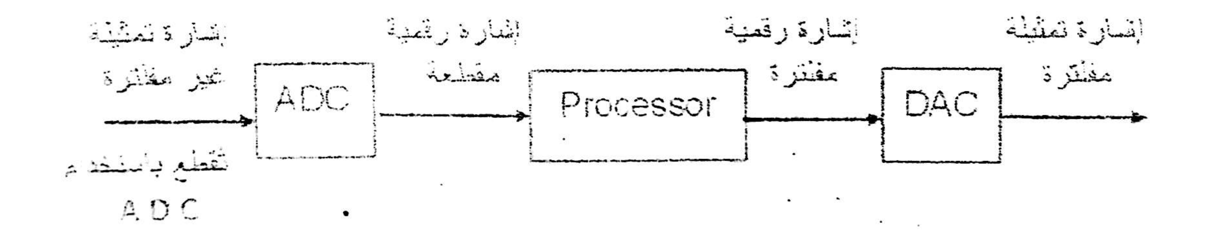
المرشحات الرقمية

- في معالجة الإشارة، وظيفة المرشح هي استخراج الأجزاء غير المرغوبة من الإشارة مثل: الضجيج، أو استخراج أجزاء مفيدة في الإشارة مثل المكونات الموجودة في مجال ترددي محدد.

-يوجد نوعين أساسيين للمرشحات: 1-تماثلية
2-رقمية
يختلفان بتركيبهما الفيزيائي وبكيفية عملهما.

-تستخدم المرشحات التماثلية دارات الكترونية تمثيلة مكونة من عناصر فعالة وغير فعالة مثل المقاومات، المكثفات، الملفات، والمضخات.

-تستخدم المرشحات الرقمية معالج رقمي ليقوم بحسابات عددية على قيم العينات.



ميزات المرشحات الرقمية

1-قابلة للبرمجة.
2-سهلة التصميم والاختبار.
3-مستقرة بالنسبة للزمن ودرجة الحرارة.
4-يمكن أن تتعامل مع الإشارات ذات الترددات المنخفضة بدقة.
5-المرشحات الرقمية لها القدرة على التكيف مع التغيرات في خاصيات الإشارة.
6-يمكن دمج هذه المرشحات على التسلسل أو التوازي مما يجعل متطلبات ال Hardware بسيطة نسبياً.

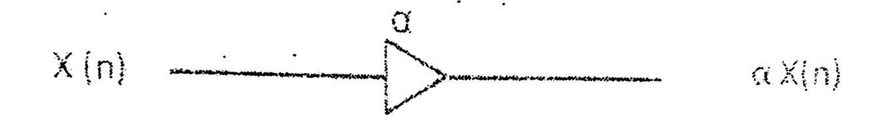
***-المرشحات الرقمية:**

تتعامل هذه المرشحات مع إشارات رقمية وبالتالي عناصر المرشحات الرقمية هي دارات منطقية وهي:

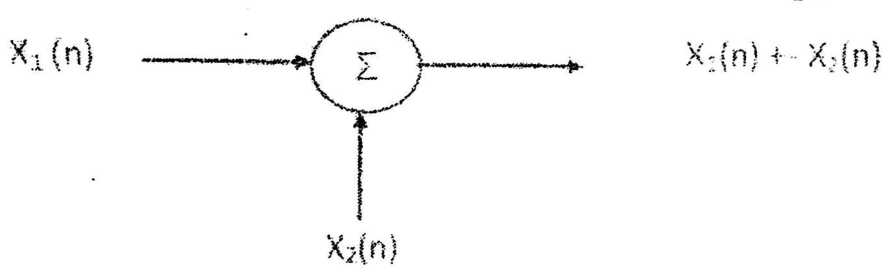
1-عنصر التأخير الزمني (سجل إزاحة).



2-الضارب.



3-الجامع أو الطارح.



تقسم المرشحات الرقمية إلى نوعين:

1-المرشح المباشر FIR.

2-المرشح غير المباشر IIR.

***-المرشح المباشر (المرشح ذو الاستجابة النبضية المحددة) FIR:**

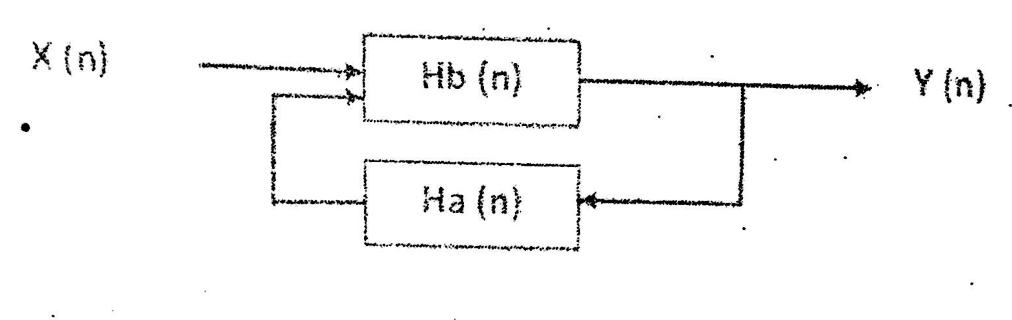
له استجابة نبضية محددة أي عدد محدد من المعاملات ولا يحتوي على تغذية عكسية، وبالتالي الخرج يتعلق بالدخل فقط.

X (n) → h (n) → Y (n)

X (z) H (z) Y (z)

FIR. Filter

*-المرشح غير المباشر (المرشح ذو الاستجابة النبضية غير المحددة) IIR:
استجابته النبضية مكونة من عدد غير محدد من المعاملات وله تغذية عكسية، وبالتالي الخرج يتعلق بالدخل والخرج السابق.



IIR. Filter

- بالمقارنة بين المرشحين FIR و IIR نجد أن:

1- IIR له استجابة ترددية أفضل بكثير من الاستجابة الترددية للمرشح FIR الذي له نفس المرتبة.
2- IIR له مميزة طورية غير خطية على عكس FIR الذي يملك مميزة طورية خطية.

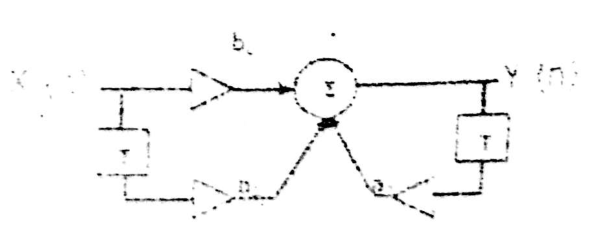
لذلك نستخدم FIR عندما يكون من الضروري الحصول على إزاحة خطية.

-يبين الشكل التالي المرشح الرقمي FIR والمرشح IIR مع معادلة الفروق الخاصة لكل منهما:









$Y(n) = b_0 . X(n) + b_1 . X(n-1)$

$Y(n) = b_0 . X(n) + b_1 . X(n-1) + a_1 . Y(n-1)$

- لكل مرشح الاستجابات التالية:

*- استجابة نبضية Impulus response

*- استجابة الخطوة Step response

*- استجابة ترددية Frequency response

وكل هذه الاستجابات تحوي معلومات كاملة عن المرشح كن بشكل مختلف، وإذا حددت إحداها يمكن حساب الاستجابتين الباقيتين مباشرة.

*-الاستجابة النبضية:

هي خرج النظام عندما يكون الدخل النبضة الواحدية (نبضة ديراك).

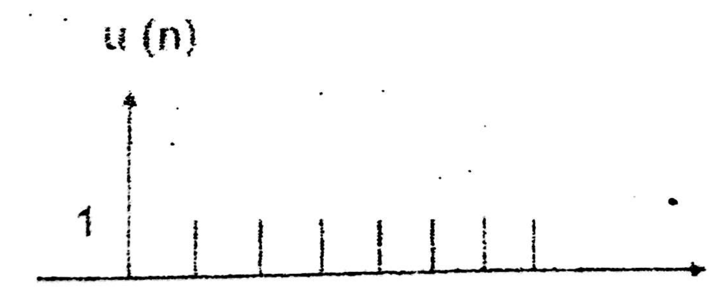
$\delta(n)$

$X(n) = \delta(n)$ → [$h(n)$] → $Y(n) = h(n)$

$X(z)$ $H(z)$ $Y(z)$

*-استجابة الخطوة:

هي خرج النظام عندما يكون الدخل تابع الخطوة الواحدية.



*-الاستجابة الترددية:

وهي الاستجابة في المجال الترددي.

ملاحظة: استجابة الخطوة هي تكامل استجابة النبضية.

*-خرج المرشح بالمجال الزمني:
هو طي إشارة الدخل مع الاستجابة النبضية للمرشح.

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} X(M).\, h(n-M)$$

*-خرج النظام بالمجال الترددي:
هو جداء إشارة الدخل بالمجال الترددي X(z) بالاستجابة الترددية.

$$Y(z) = X(z).\, H(z)$$

$$Y(n) = X(n).\, h(n) \xrightarrow{\text{تحويل } Z} Y(z) = X(z) * H(z)$$

وهو تابع النقل للمرشح $H(Z) = \frac{y(z)}{X(Z)}$

ملاحظة: تعليمة الطي في الماتلاب هي conv.

مثال:

دخل المرشح

```
1) x=[1 2 1];
```

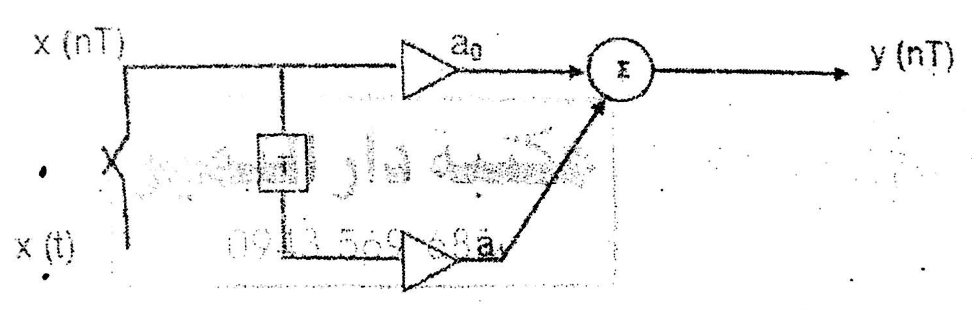
الاستجابة النبضية للمرشح

```
2) h=[1 1 1];
```

خرج المرشح

```
3) y=conv(h,x);
```

مثال: أوجد تابع النقل للمرشح المباشر المبين بالشكل:



من الشكل السابق نجد أن معادلة الفروق من الشكل:

$$y(n) = a_0\,X(n) + a_1\,X(n-1)$$

$$\Longrightarrow \quad y(z) = a_0\,X(z) + a_1\,X(z).Z^{-1}$$

$$\Longrightarrow \quad H(Z) = \frac{y(z)}{X(Z)} = a_0 + a_1\,Z^{-1}$$

-لإيجاد المميزة المطالية والمميزة والطورية نضع **$Z= e^{jwt}$.**

$$\Longrightarrow \quad H(W) = H(e^{jwt}) = a_0 + a_1 e^{-jwt} = a_0 + a_1 \cos wt - a_1 j.\sin wt$$

-المميزة المطالية:

$$|H(w)| = \sqrt{(a_0 + a_1.\cos wt)^2 + (a_1.\sin wt)^2}$$

-المميزة الطورية:

$$= arctg\,\frac{-a_1.\sin wt}{a_0 + a_1.\cos wt}$$

ملاحظة:

إذا كان لدينا تابع نقل من الشكل:

$$H(Z) = \frac{a_0\,Z + a_1}{Z}$$

(جذور البسط) أصفار

(جذور المقام) أقطاب

-الأصفار هي القيم التي تعدم البسط.

-الأقطاب هي القيم التي تعدم المقام.

مثال:

إذا كان لدينا مرشح ذو تابع النقل التالي:

$$H(Z) = \frac{2.2\,Z^2 + 2.4\,Z + 2.2}{Z^2 - 0.4\,Z + 0.75}$$

أوجد الخرج للاستجابة النبضية و ارسمها باستخدام الماتلاب

الحل :

```
N=40;
num=[2.2 2.4 2.2];
den=[1 -0.4 0.75];
y=impz(num,den,N);
stem(y);
xlabel ('time index n');
ylabel( 'amplitude' );
title(' impulse response' );
grid ;
```

*تعليمةFilter:

تقوم بترشيح البيانات في الشعاع x (إشارة الدخل) بواسطة مرشح موصوف بالأشعة A,B لتوليد بيانات مرشحة y (خرج المرشح).

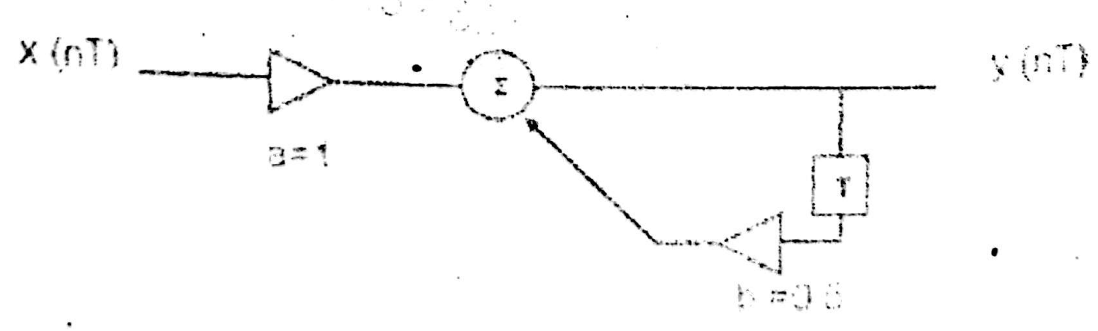
حيث:

A: شعاع ثوابت الدخل.

B: شعاع ثوابت الخرج.

مثال(1):

ليكن لدينا المرشح الرقمي:



أوجد خرج هذا المرشح لإشارة الخطوة الواحدية u(n).

الحل:

معادلة الفروق الخطية للمرشح:

$$y(n) = a\,X(n) + b\,y(n-1)$$

$$y(n) = X(n) + 0.5\,y(n-1)$$

$$y(n) - 0.5\,y(n-1) = X(n)$$

برنامج الماتلاب

```
a=[1];
b=[1 -0.5];
N=10;
n=0:N-1;
x=ones(1,N);
y=filter(a,b,x);
stem(n,x);
hold on;
stem(n,y,'r');
axis([0 N 0 2.5]);
```

مثال(2):

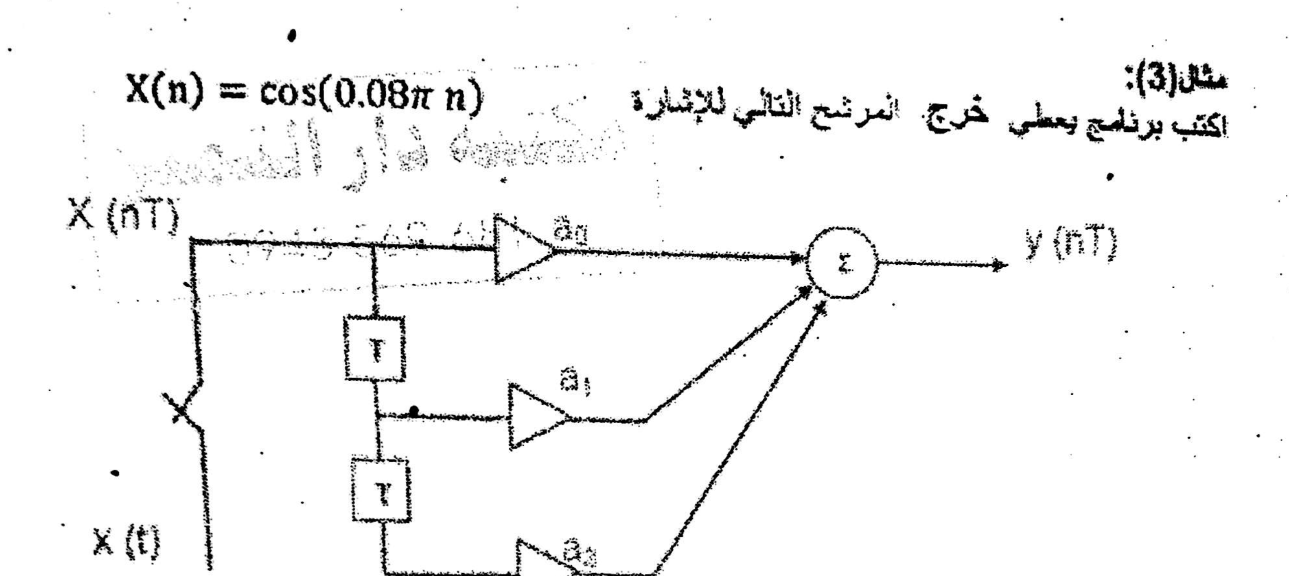
أوجد خرج المرشح للإشارة $X(n) = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

الحل:

```
a=[1];
b=[1 -0.5];
N=10;
n=0:0.1:N;
x=cos((pi/4)*n);
y=filter(a,b,x);
plot(n,x);
hold on;
plot(n,y,'r');
```

مثال(3):

اكتب برنامج يعطي خرج المرشح التالي للإشارة $X(n) = \cos(0.08\pi\, n)$



حيث أن:

$$y(nT) = a_0\, X(nT) + a_1\, X(nT - T) + a_2\, X(nT - 2T)$$

و $a_0 = a_1 = a_2 = \frac{1}{3}$

الحل:

بما أن المرشح مباشر FIR فإننا نستطيع استخدام التعليمة Filter (a,1, x) أو نستخدم Filter (a, b, x) ونضع b = [1].

البرنامج :

```
a=[1/3 1/3 1/3];
N=100;
n=0:N-1;
x=cos(0.08*pi*n);
y=filter(a,1,x);
stem(n,y)
```

سادسة عملي

تطبيق

- استخدام المرشح الرقمي في تنقية الإشارة من الضجيج.

- لتكن $б[n]$ إشارة نقية أضيف لها إشارة ضجيج عشوائي$d[n]$، نتج إشارة مشوهة

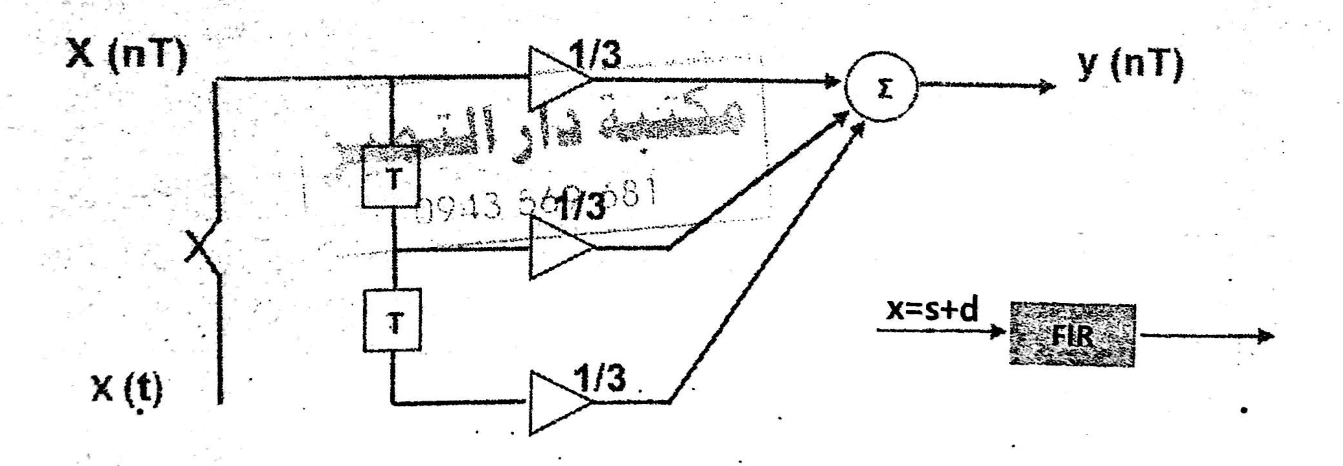
$$X(n) = б[n] + d[n]$$

- يقوم البرنامج التالي بتوليد الإشارات الثلاث السابقة ثم يقوم بترشيح الإشارة$X(n)$ للتخلص إلى حد ما من الضجيج وذلك باستخدام ما يسمى المرشح ذو المتوسط المتحرك المعرف بمعادلة الفروق التالية:

$$y(n) = \frac{1}{3}[x(n) + x(n-1) + x(n-2)]$$

أي أن عينة الخرج الحالية هي المتوسط الحسابي لعينات الدخل الحالية والسابقة وما قبل السابقة.

ولتكن الإشارة النقية مثلاً $б[n] = 2n \times 0.9^{n}$



وهذا مرشح FIR من المرتبة الثانية.

البرنامج المطلوب :


```
R=51;
d=rand(1,R);
n=0:R-1;
s=2*n.*(0.9.^n);
x=s+d;
subplot(2,1,1);
```

```
plot(n,d,'r',n,s,'g--',n,x,'b-');
[illegible]
ylabel('amplitude');
legend('d[n]','s[n]','x[n]');
a=[1/3 1/3 1/3];
y=filter(a,1,x);
subplot(2,1,2);
plot(n,y,'r--',n,s,'g-');
legend('y[n]','s[n]') ;
```

***-حساب الاستجابة الترددية في الماتلاب:**

نستخدم التعليمة Freq Z.

-البرنامج التالي يبين كيفية استخدام Freq Z لحساب ورسم مطال الاستجابة الترددية كتابع ل $-\pi \leq W \leq \pi$ للمرشح المعرف بمعادلة الفروق.

$$y(n) = x(n) - x(n-1)$$

الحل:

```
w=-pi:pi/100:pi;
a=[1 -1];
H=freqz(a,1,w);
plot(w,abs(H));
figure;
plot(w,angle(H));
```

مثال:

أوجد الاستجابة الترددية للمرشحْ المعرف بمعادلة الفروق التالية وأوجد الأصفار والأقطاب.

$$y(n) = 0.08\,X(n) + 0.34\,X(n-1) + 0.34\,X(n-2) + 0.34\,X(n-3) + 0.08\,X(n-4)$$

الحل:

```
a=[0.08 0.34 0.34 0.34 0.08];
figure(1);
freqz(a,1);
figure(2);
zplane(a,1);
legend('zeros','poles');
```


مثال:

- لتكن معادلة الفروق التالية لمرشح غير مباشر:

$$y(n) - 1.11\, y(n-1) + 0.5y(n-2) = X(n) + 2\, X(n-1) + X(n-2)$$

أوجد الاستجابة الترددية.

الحل:


```
a=[1 2 1 ];
b=[1 -1.11 0.57 ];
figure(1);
freqz(a,b)
figure(2);
zplane(a,b);
legend('zeros','poles')
```

ملاحظة:

يمكن إيجاد الاستجابة الترددية بدلالة الاستجابة النبضية من خلال التعليمة:

H= freq z (h, 1, w)

الاستجابة النبضية ↗ (h) — التردد ↖ (w)

وهذه التعليمة تعطي قيم الاستجابة الترددية بدلالة التردد

لرسم المطال plot (w , abs , (H))

لرسم الطور plot (w, angle , (H))